Estudios y Perspectivas Revista Científica y Académica
ISSN en línea 3005-2599, Julio - Septiembre 2026,
Volumen 6, Número 3.

DOI: https://doi.org/10.61384/r.c.a.v6i3

INFLUENCIA DE LOS COEFICIENTES DE CORRECCIÓN DEL PERFIL SOBRE PARÁMETROS GEOMÉTRICOS ASOCIADOS AL DESGASTE EN ENGRANAJES RECTOS MEDIANTE AUTODESK INVENTOR

INFLUENCE OF PROFILE SHIFT COEFFICIENTS ON WEAR-RELATED GEOMETRIC PARAMETERS IN SPUR GEARS USING AUTODESK INVENTOR

Luis Carlos Calderón Rodríguez
Universidad Nacional del Santa (UNS), Perú

Arquimedes Iparraguirre Lozano
Universidad Nacional del Santa (UNS), Perú

Dayan Fernando Macedo Alcantara
Universidad Nacional del Santa (UNS), Perú

E. COUTURE
Educación y Ciencias Sociales

Estudios y Perspectivas
Revista Científica y Académica

Estudios y Perspectivas
Revista Científica Multidisciplinaria

DOI: https://doi.org/10.61384/r.c.a..v6i3.2102

Influencia de los Coeficientes de Corrección del Perfil Sobre Parámetros Geométricos Asociados al Desgaste en Engranajes Rectos Mediante Autodesk Inventor

Luis Carlos Calderón Rodríguez
lcalderonr@uns.edu.pe
https://orcid.org/0000-0002-9447-2257
Universidad Nacional del Santa (UNS), Perú

Arquimedes Iparraguirre Lozano
aiparraguirre@uns.edu.pe
https://orcid.org/0000-0002-1132-7688
Universidad Nacional del Santa (UNS), Perú

Dayan Fernando Macedo Alcantara
dmacedo@uns.edu.pe
https://orcid.org/0000-0003-1190-4032
Universidad Nacional del Santa (UNS), Perú

RESUMEN

La investigación analizó la influencia de los coeficientes de corrección del perfil sobre los parámetros geométricos de engranajes rectos mediante cálculos analíticos y modelado tridimensional en Autodesk Inventor. Se evaluaron la distancia entre centros, el ángulo de presión de funcionamiento, los diámetros principales, el espesor cordal y la altura cordal. Se desarrolló un estudio cuantitativo, aplicado y descriptivo-comparativo de cuatro pares de engranajes con módulos de 7, 10, 16 y 20 mm y diferentes números de dientes. Los cálculos se verificaron mediante relaciones geométricas del perfil evolvente y criterios de consistencia entre la distancia de funcionamiento, la relación de transmisión y las dimensiones del dentado. Autodesk Inventor se empleó para representar las configuraciones y apoyar su comprobación dimensional. En los cuatro casos, la distancia de funcionamiento superó entre 0,61 % y 1,33 % la distancia de referencia. El ángulo de presión aumentó de 20° a valores entre 20,928° y 21,978°, mientras que los coeficientes totales de corrección oscilaron entre 0,3067 y 0,5241. Las configuraciones correspondieron a correcciones angulares positivas. Se concluye que la corrección del perfil permite ajustar la geometría del engrane y controlar condiciones vinculadas con el socavado y la interferencia, aunque los resultados no constituyen una medición directa del desgaste, las tensiones de contacto ni la eficiencia de transmisión

Palabras clave: autodesk inventor; coeficiente de corrección; engranajes rectos; parámetros geométricos; perfil evolvente; desgaste potencial

Influence of Profile Shift Coefficients on Wear-Related Geometric Parameters in Spur Gears Using Autodesk Inventor

ABSTRACT

The study analyzed the influence of profile shift coefficients on the geometric parameters of spur gears through analytical calculations and three-dimensional modeling in Autodesk Inventor. Center distance, operating pressure angle, principal diameters, chordal thickness, and chordal height were evaluated. A quantitative, applied, descriptive-comparative study was conducted on four gear pairs with modules of 7, 10, 16, and 20 mm and different numbers of teeth. The calculations were verified using involute profile geometric relationships and consistency criteria involving operating center distance, transmission ratio, and tooth dimensions. Autodesk Inventor was used to model the configurations and support their dimensional verification. In all four cases, the operating center distance exceeded the reference distance by between 0.61% and 1.33%. The pressure angle increased from 20° to values ranging from 20.928° to 21.978°, while the total profile shift coefficients ranged from 0.3067 to 0.5241. All configurations corresponded to positive angular profile shifts. It is concluded that profile shifting allows the gear-pair geometry to be adjusted and conditions related to undercutting and interference to be controlled. However, the results do not constitute direct measurements of wear, contact stresses, or transmission efficiency

***Keywords*:** autodesk inventor; geometric parameters; involute profile; potential wear; profile shift coefficient; spur gears

Recibido: 20- junio-2026 / Aprobado: 24-septiembre-2026

INTRODUCCIÓN

Los engranajes rectos se emplean para transmitir potencia y movimiento entre ejes paralelos por su precisión, eficiencia y facilidad de fabricación. Durante el funcionamiento, sus dientes están sometidos a cargas cíclicas, deslizamiento y esfuerzos de contacto que pueden modificar progresivamente la superficie y la geometría del perfil. Este deterioro afecta la rigidez del engrane, la distribución de la carga, el error de transmisión y la vida útil de los componentes (Loc & Anh, 2021; Sánchez & Pedrero, 2023).

Las configuraciones convencionales presentan limitaciones cuando el piñón posee pocos dientes o el sistema trabaja con relaciones de transmisión elevadas. En estas condiciones pueden aparecer socavado, interferencia y concentraciones localizadas de esfuerzos. Aunque el desgaste también depende de la carga, el material, la lubricación, la velocidad, la alineación y el montaje, la geometría del diente condiciona el contacto y constituye un elemento relevante del diseño.

Una alternativa para controlar estas limitaciones consiste en aplicar coeficientes de corrección o desplazamiento de perfil. Su selección modifica el espesor del diente, los diámetros exterior y de raíz, la distancia entre centros y el ángulo de presión de funcionamiento. La corrección positiva puede aumentar el espesor del diente del piñón y reducir el riesgo de socavado, mientras que la distribución de los coeficientes entre ambas ruedas permite adaptar la geometría del par a su número de dientes, relación de transmisión y distancia entre centros (Budynas & Nisbett, 2020; Tomori, 2021).

La corrección total y su distribución entre el piñón y la corona deben examinarse conjuntamente. Una selección inadecuada puede reducir el espesor en determinadas zonas, modificar el coeficiente de recubrimiento o producir incompatibilidades geométricas. El cálculo debe integrar el perfil evolvente, la distancia entre centros, el ángulo de presión y las dimensiones principales de cada rueda, debido a que estos parámetros intervienen en las condiciones de contacto y en el comportamiento mecánico del engrane (Budynas & Nisbett, 2020; Fitas et al., 2024). La evaluación de las tensiones de contacto también requiere métodos de cálculo específicos que complementen el análisis geométrico del dentado (Ramos & Botello, 2022).

Las herramientas de diseño asistido por computadora complementan los procedimientos analíticos mediante la representación tridimensional y la revisión dimensional de las configuraciones antes de su fabricación. En esta investigación, Autodesk Inventor se utilizó para modelar los pares de engranajes y comprobar la distancia entre centros, los diámetros principales, el espesor cordal y la altura cordal. Su aplicación se limitó a la comprobación geométrica; no se empleó para calcular tensiones de contacto, eficiencia de transmisión ni pérdida de material.

El desgaste solo puede cuantificarse directamente mediante ensayos, mediciones de la superficie o simulaciones mecánicas y tribológicas específicas. Los parámetros geométricos permiten identificar condiciones vinculadas con su posible aparición, pero una configuración consistente no garantiza por sí misma una mayor resistencia frente a la fatiga, la picadura o la abrasión. Por esta razón, los resultados se interpretan como indicadores relacionados con el desgaste potencial y no como evidencia directa de su reducción.

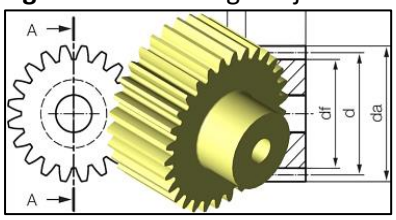
El objetivo fue analizar la influencia de los coeficientes de corrección del perfil sobre parámetros geométricos asociados con el desgaste potencial en cuatro pares de engranajes rectos, mediante cálculos analíticos y modelado tridimensional en Autodesk Inventor. Se examinaron la distancia de funcionamiento, el ángulo de presión, los diámetros principales, el espesor cordal y la altura cordal en configuraciones con diferentes módulos y números de dientes. El procedimiento permite comparar configuraciones normales y corregidas y revisar su consistencia geométrica antes de la fabricación, sin sustituir los análisis necesarios para determinar tensiones, eficiencia y desgaste efectivo.

Engranajes rectos y perfil evolvente

Las transmisiones mecánicas transfieren potencia y movimiento desde un elemento conductor hacia otro conducido. En las transmisiones por engranajes, esta función se cumple mediante el contacto sucesivo de ruedas dentadas, lo que mantiene una relación cinemática definida sin depender de la adherencia entre superficies. La rueda de menor tamaño se denomina piñón y la de mayor diámetro, rueda o corona. La relación entre sus números de dientes determina la relación de transmisión y las variaciones de velocidad angular y par del sistema (Budynas & Nisbett, 2020).

Los engranajes rectos poseen dientes paralelos al eje de rotación y se emplean para transmitir movimiento entre ejes paralelos. Su geometría facilita el diseño, la fabricación y la comprobación dimensional, por lo que se utilizan en reductores y otros equipos industriales.

Figura 1. Par de engranajes rectos.

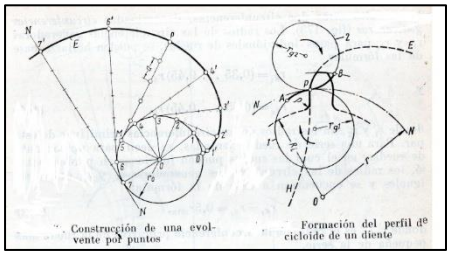


Nota. Adaptada de *Shigley's Mechanical Engineering Design*, por R. G. Budynas y J. K. Nisbett, 2020.

El perfil evolvente se genera mediante la trayectoria descrita por el extremo de una cuerda tensa al desenrollarse de una circunferencia base. Esta geometría mantiene una relación de transmisión constante mientras el contacto entre los dientes se desplaza sobre la línea de acción, tangente a las circunferencias base de ambas ruedas. La orientación de esta línea depende del ángulo de presión, que interviene en la dirección de la fuerza transmitida y en las condiciones geométricas del contacto (Budynas & Nisbett, 2020).

Los engranajes con el mismo módulo y ángulo de presión pueden trabajar conjuntamente cuando sus dimensiones y la distancia entre centros son compatibles. El número de dientes determina el diámetro de referencia e influye en la aparición de interferencia o socavado, sobre todo en piñones pequeños. Aunque el perfil evolvente admite ligeras variaciones de la distancia entre centros, estas modificaciones alteran el ángulo de presión de funcionamiento y las condiciones de contacto.

Figura 2. Perfil evolvente, línea de acción y ángulo de presión



Nota. Elaboración propia a partir de las relaciones geométricas del perfil evolvente.

Corrección del perfil

La corrección del perfil consiste en desplazar radialmente la herramienta durante el tallado. Su magnitud se expresa mediante el coeficiente adimensional *x*, mientras que el desplazamiento real

corresponde al producto *xm*, donde *m* representa el módulo. El procedimiento modifica la geometría del diente sin cambiar el módulo ni el número de dientes (Tomori, 2021). El trazado y el cálculo de ruedas dentadas corregidas exigen considerar conjuntamente el módulo, el número de dientes, la distancia entre centros y los coeficientes asignados a cada rueda (Trier, 2000).

El desplazamiento afecta el espesor del diente, los diámetros exterior y de raíz, la altura de cabeza y las condiciones de funcionamiento. Cuando la suma de los coeficientes asignados al piñón y a la corona es distinta de cero, también varían la distancia entre centros y el ángulo de presión de funcionamiento. Las configuraciones principales son las siguientes:

Engranaje normal: $x_1 = x_2 = 0$. La distancia y el ángulo de presión de funcionamiento coinciden con sus valores de referencia.

Corrección compensada: $x_1 = -x_2$; por tanto, $x\Sigma = 0$. La corrección positiva de una rueda se compensa con la negativa de la otra y se conserva la distancia de referencia.

Corrección angular: $x\Sigma = x_1 + x_2 \neq 0$. La suma de los coeficientes modifica la distancia entre centros y el ángulo de presión de funcionamiento. Cuando $x\Sigma$ es positivo, la distancia de funcionamiento suele superar la distancia de referencia.

La selección de los coeficientes debe considerar el número de dientes, la relación de transmisión, la distancia entre centros, el espesor mínimo admisible y el coeficiente de recubrimiento. Una corrección excesiva puede generar un perfil puntiagudo, disminuir la continuidad del contacto o causar incompatibilidades geométricas (Tomori, 2021).

Correcciones positiva y negativa

La corrección positiva desplaza la herramienta hacia el exterior de la posición normal de tallado. Este cambio aumenta el espesor del diente en la circunferencia de referencia y conserva una sección mayor en su base, por lo que puede reducir el riesgo de socavado en piñones con pocos dientes. Cuando la suma de los coeficientes es positiva, también puede aumentar la distancia entre centros y el ángulo de presión de funcionamiento.

La corrección negativa desplaza la herramienta hacia el centro de la rueda, reduce el espesor del diente y modifica los diámetros de cabeza y raíz. Puede utilizarse para compensar una corrección positiva aplicada a la otra rueda o para adaptar el par a una distancia determinada. Un valor negativo excesivo puede debilitar la base del diente y favorecer el socavado, aunque su conveniencia depende de la rueda a la que se aplica y de la distribución total de la corrección (Budynas & Nisbett, 2020; Tomori, 2021).

En los cuatro casos analizados, la suma de los coeficientes fue positiva. Las configuraciones corresponden, por tanto, a correcciones angulares positivas y no a correcciones compensadas. La distribución de los coeficientes individuales entre el piñón y la corona produjo diferencias en las dimensiones de cada rueda.

Ángulo de presión de funcionamiento

La modificación de la distancia entre centros cambia el ángulo de presión de funcionamiento. Cuando la distancia aumenta, este ángulo suele superar el valor de referencia, con efectos sobre los diámetros de funcionamiento, la dirección de la fuerza y la longitud efectiva del contacto.

La corrección debe equilibrar el control del socavado, el espesor del diente y la continuidad del engrane. Un ángulo de presión mayor puede favorecer ciertas condiciones geométricas, pero también incrementa la componente radial de la fuerza y puede reducir el coeficiente de recubrimiento. Por ello, los coeficientes no deben seleccionarse únicamente para aumentar la distancia entre centros o el espesor del piñón.

Desgaste en engranajes rectos

Los dientes de los engranajes están sometidos a cargas cíclicas de contacto y flexión. Cuando estas solicitaciones superan la resistencia del material pueden producir deterioro superficial, deformación o fractura. Su aparición también depende de la lubricación, la dureza, la rugosidad, la velocidad, la temperatura, la alineación y la presencia de contaminantes (Budynas & Nisbett, 2020).

El desgaste modifica progresivamente el perfil activo del diente y puede alterar la rigidez del engrane, la distribución de la carga y el error de transmisión. Sánchez y Pedrero (2023) encontraron que la

profundidad del desgaste influye en estos parámetros; sin embargo, su cuantificación requiere mediciones experimentales o modelos específicos. En este estudio, la geometría se interpreta como una condición asociada con el desgaste potencial y no como una medición directa de la pérdida de material.

Fatiga superficial y picadura

Durante el engrane, los flancos experimentan movimientos combinados de rodadura y deslizamiento. La repetición de los esfuerzos de contacto puede iniciar grietas superficiales o subsuperficiales. Cuando estas grietas se propagan y convergen, provocan el desprendimiento de partículas y originan cavidades conocidas como picaduras o *pitting*.

La picadura inicial suele aparecer en zonas con irregularidades superficiales, desalineación o concentración de carga. Se manifiesta mediante cavidades pequeñas cuya evolución depende de las condiciones de funcionamiento. La picadura progresiva ocurre cuando los esfuerzos repetidos superan de forma persistente la resistencia a la fatiga por contacto. Las cavidades aumentan entonces en número y tamaño, deterioran el perfil activo y pueden comprometer la continuidad de la transmisión. Los coeficientes de corrección modifican la curvatura, el espesor del diente, el ángulo de presión y las condiciones geométricas del contacto. Estas variaciones pueden influir en la distribución de la carga, pero el cálculo geométrico no demuestra por sí mismo una disminución de la picadura. Para comprobar este efecto se requieren análisis de tensiones, modelos de vida a fatiga o ensayos experimentales.

Desgaste abrasivo

El desgaste abrasivo se produce cuando partículas duras presentes en el lubricante o entre las superficies remueven material de los flancos. También puede asociarse con lubricación insuficiente, contaminación o diferencias de dureza entre las superficies en contacto. Sus manifestaciones incluyen rayaduras, pérdida del acabado superficial y modificación gradual del perfil.

Una geometría correctamente dimensionada favorece el contacto entre los dientes, pero el control de la abrasión depende principalmente de la lubricación, la limpieza del sistema, las propiedades del

material, la dureza superficial y el mantenimiento. La corrección del perfil no reemplaza estas condiciones operativas.

Relación entre geometría y desgaste potencial

Los parámetros geométricos permiten reconocer condiciones que pueden favorecer determinados mecanismos de deterioro. Un espesor insuficiente en la raíz aumenta la vulnerabilidad estructural del diente; la interferencia genera contactos no previstos, mientras que una distancia entre centros o un ángulo de presión inadecuados modifican la trayectoria de contacto. Estas relaciones justifican la revisión de las configuraciones corregidas antes de su fabricación.

La corrección del perfil puede controlar el socavado, la interferencia y el espesor del diente, pero no elimina por sí sola los mecanismos de desgaste. Engranajes con geometrías semejantes pueden presentar comportamientos diferentes cuando operan con distintas cargas, velocidades, propiedades materiales o condiciones de lubricación.

La literatura especializada indica que el comportamiento de los engranajes no depende únicamente del módulo y del número de dientes, sino también de la geometría del perfil, la distribución de la carga, la lubricación y las condiciones de contacto. Las modificaciones del dentado pueden alterar el error de transmisión, las tensiones, el riesgo de interferencia y la evolución del desgaste; por ello, su análisis requiere integrar cálculos geométricos, modelos de contacto y procedimientos experimentales o computacionales (Flodin & Andersson, 1997; Brauer & Andersson, 2003; Kahraman et al., 2005; Dhanasekaran & Gnanamoorthy, 2008; Li, 2008; Tesfahunegn et al., 2010; Brandão et al., 2014; Qin & Guan, 2014; Prabhu Sekar & Sathishkumar, 2017; Zheng et al., 2021).

El estudio examina la distancia entre centros, el ángulo de presión de funcionamiento, los diámetros principales, el espesor cordal y la altura cordal. No mide pérdida de masa, profundidad de desgaste, rugosidad, temperatura, tensiones de contacto, eficiencia ni vida útil. Sus resultados permiten valorar la consistencia geométrica de los pares analizados e identificar condiciones asociadas con el desgaste potencial, pero no comprobar una reducción efectiva del deterioro superficial.

METODOLOGÍA

Diseño y unidades de análisis

La investigación tuvo un enfoque cuantitativo, aplicado y descriptivo-comparativo. Se analizaron cuatro pares de engranajes cilíndricos rectos mediante relaciones geométricas del perfil evolvente y modelado tridimensional en Autodesk Inventor. En cada caso se compararon la configuración de referencia y la corregida.

El estudio se concentró en el módulo, el número de dientes, la relación de transmisión, la distancia entre centros, el ángulo de presión de funcionamiento, los coeficientes de corrección, los diámetros principales, el espesor cordal y la altura cordal. Estos parámetros se interpretaron como indicadores indirectos de condiciones relacionadas con el socavado, la interferencia y el desgaste potencial. No se realizaron ensayos físicos, simulaciones tribológicas ni análisis de elementos finitos.

Las unidades de análisis fueron cuatro pares piñón-corona con módulos de 7, 10, 16 y 20 mm. Los casos III y IV estuvieron vinculados con transmisiones utilizadas en equipos de producción de hierro esponja, mientras que los casos I y II se emplearon como configuraciones geométricas comparativas.

Tabla 1. Datos de entrada de los pares de engranajes analizados

Caso	Módulo, m (mm)	Dientes del piñón, z_1	Dientes de la corona, z_2	Distancia de referencia, a (mm)	Distancia de funcionamiento, aw (mm)
I	7	27	58	297,5	300
II	10	18	81	495	498
III	16	17	58	600	605
IV	20	15	60	750	760

Nota. La distancia de referencia se calculó a partir del módulo y del número total de dientes. La distancia de funcionamiento corresponde al valor establecido para cada configuración corregida.

Los datos se revisaron para comprobar la correspondencia entre el módulo, el número de dientes, las distancias entre centros y la relación de transmisión. Se conservaron como datos de entrada estas variables y un ángulo de presión de referencia de 20°. Las funciones trigonométricas y evolventes se calcularon en radianes; los resultados angulares se expresaron en grados.

Procedimiento de cálculo

La distancia de referencia y la relación de transmisión se determinaron mediante:

$$a = m(z_1 + z_2) / 2$$

$$u = z_2 / z_1$$

Los diámetros de referencia y de las circunferencias base se calcularon mediante:

$$d_1 = mz_1$$

$$d_2 = mz_2$$

$$db_1 = d_1 \cos \alpha$$

$$db_2 = d_2 \cos \alpha$$

Cuando la distancia de funcionamiento fue distinta de la distancia de referencia, el ángulo de presión se obtuvo con:

$$\alpha w = \arccos[(a \cos \alpha) / aw]$$

La función evolvente y el coeficiente total de corrección se calcularon mediante:

$$\text{inv } \alpha = \tan \alpha - \alpha$$

$$\text{inv } \alpha w = \tan \alpha w - \alpha w$$

$$x\Sigma = [(z_1 + z_2)(\text{inv } \alpha w - \text{inv } \alpha)] / (2 \tan \alpha)$$

Se consideró una corrección compensada cuando $x\Sigma = 0$ y una corrección angular cuando $x\Sigma \neq 0$. El coeficiente de modificación de la distancia y su diferencia respecto de la corrección total se obtuvieron mediante:

$$y = (aw - a) / m$$

$$\Delta y = x\Sigma - y$$

El coeficiente total se distribuyó entre el piñón y la corona según la relación $x\Sigma = x_1 + x_2$. Los coeficientes individuales se reconstruyeron a partir de los diámetros exteriores disponibles:

$$da = m(z + 2 + 2x - 2\Delta y)$$

$$x = [(da / m) - z - 2 + 2\Delta y] / 2$$

Como los diámetros originales estaban expresados mediante números enteros, los coeficientes reconstruidos presentan una precisión condicionada por el redondeo.

Los diámetros primitivos de funcionamiento se calcularon conservando la distancia entre centros y la relación de transmisión:

$$dw_1 = 2aw / (u + 1)$$

$$dw_2 = 2awu / (u + 1)$$

Los valores obtenidos debían cumplir simultáneamente:

$$dw_1 + dw_2 = 2aw$$

$$dw_2 / dw_1 = z_2 / z_1$$

Los diámetros exterior y de raíz se calcularon mediante:

$$da_1 = m(z_1 + 2 + 2x_1 - 2\Delta y)$$

$$da_2 = m(z_2 + 2 + 2x_2 - 2\Delta y)$$

$$df_1 = m(z_1 - 2{,}5 + 2x_1)$$

$$df_2 = m(z_2 - 2{,}5 + 2x_2)$$

Para estas últimas relaciones se adoptaron un coeficiente de altura de cabeza ha* = 1 y un coeficiente de juego radial c* = 0,25.

Dimensiones cordales y riesgo de socavado

El espesor cordal de cada rueda se determinó mediante:

$$Sc = m[(\pi / 2) \cos^2 \alpha + x \operatorname{sen}(2\alpha)]$$

Para comparar engranajes de diferentes tamaños, se empleó la relación normalizada:

$$Sc \text{ normalizado} = Sc / m$$

La altura cordal se obtuvo mediante:

$$hc = (da - d - Sc \tan \alpha) / 2$$

El espesor del diente sobre el diámetro exterior se calculó a partir de:

$$\alpha a = \arccos(db / da)$$

$$\text{inv } \alpha a = \tan \alpha a - \alpha a$$

sa = da{[(π / 2 + 2x tan α) / z] + inv α − inv αa}

Como referencia para valorar el riesgo geométrico de socavado, el número mínimo teórico de dientes se estimó mediante:

$z_{min} = (2 \times ha^*) / sen^2(\alpha)$

Para ha* = 1 y α = 20°, se obtuvo zmin = 17,10. Este valor se utilizó como referencia aproximada para un engranaje normal sin corrección y no como límite absoluto, debido a que la corrección positiva modifica las condiciones de generación del perfil.

Modelado y análisis comparativo

Las configuraciones se representaron en Autodesk Inventor utilizando el módulo, el número de dientes, el ángulo de presión, los coeficientes individuales y la distancia de funcionamiento. Los modelos permitieron revisar la disposición del par, los diámetros principales, la distancia entre centros y la geometría general del dentado. No se efectuaron análisis de esfuerzos ni simulaciones de desgaste.

La comparación entre las configuraciones de referencia y corregidas consideró el incremento absoluto y relativo de la distancia entre centros:

Δa = aw − a

Variación de la distancia (%) = [(aw − a) / a] × 100

El cambio del ángulo de presión se calculó mediante:

Δα = αw − α

La consistencia interna se verificó comprobando conjuntamente las relaciones entre xΣ, x_1, x_2, y, Δy, los diámetros de funcionamiento y la relación de transmisión.

Los resultados se organizaron en tablas comparativas. Las dimensiones se expresaron en milímetros, los ángulos en grados y los coeficientes con cuatro decimales. El análisis fue descriptivo; no se aplicaron pruebas inferenciales porque los casos correspondían a configuraciones de diseño y no a una muestra probabilística.

La interpretación se limitó a los cambios geométricos. El estudio no incorporó propiedades mecánicas, cargas, dureza, lubricación, velocidad ni tiempo de operación. En consecuencia, los resultados no se utilizaron para afirmar aumentos de eficiencia, reducciones de tensiones o disminuciones efectivas del desgaste.

RESULTADOS

Verificación de los datos

La revisión confirmó que las distancias de referencia correspondían al módulo y al número total de dientes de los cuatro pares. Las relaciones de transmisión fueron 2,148 en el Caso I, 4,500 en el Caso II, 3,412 en el Caso III y 4,000 en el Caso IV.

También se identificaron valores preliminares incompatibles con las relaciones geométricas del engrane. En el Caso I, los diámetros de funcionamiento registrados inicialmente no conservaban la relación de transmisión. En los casos II, III y IV, fue necesario recalcular la función evolvente mediante la conversión convencional de grados a radianes. Los resultados presentados a continuación corresponden a los valores revisados.

Resultados generales

En los cuatro casos, la distancia de funcionamiento fue superior a la distancia de referencia. Los incrementos oscilaron entre 2,5 y 10 mm, equivalentes a variaciones relativas de entre 0,61 % y 1,33 %. Este cambio elevó el ángulo de presión de funcionamiento por encima del valor de referencia de 20°.

Los coeficientes totales fueron positivos y variaron entre 0,3067 y 0,5241. Las cuatro configuraciones correspondieron, por tanto, a correcciones angulares positivas. En los casos I, II y III, el coeficiente individual del piñón fue mayor que el de la corona; en el Caso IV se observó la distribución contraria.

Tabla 2. Síntesis de los resultados geométricos de los cuatro casos

Parámetro	Caso I	Caso II	Caso III	Caso IV
Módulo, m (mm)	7	10	16	20
Dientes, z_1/z_2	27/58	18/81	17/58	15/60

Parámetro	Caso I	Caso II	Caso III	Caso IV
Relación de transmisión, u	2,148	4,500	3,412	4,000
Distancia de referencia, a (mm)	297,5	495	600	750
Distancia de funcionamiento, aw (mm)	300	498	605	760
Incremento de la distancia (mm)	2,5	3	5	10
Incremento relativo (%)	0,84	0,61	0,83	1,33
Ángulo de funcionamiento, αw	21,273°	20,928°	21,263°	21,978°
Corrección total, xΣ	0,3682	0,3067	0,3221	0,5241
Corrección del piñón, x_1	0,2912	0,2034	0,2548	0,1370
Corrección de la corona, x_2	0,0769	0,1034	0,0673	0,3870
Coeficiente y	0,3571	0,3000	0,3125	0,5000
Coeficiente Δy	0,0110	0,0067	0,0096	0,0241
Sc_1/m	1,574	1,518	1,551	1,475
Sc_2/m	1,437	1,453	1,430	1,636

Nota. Sc_1/m y Sc_2/m representan el espesor cordal normalizado del piñón y de la corona, respectivamente.

El Caso IV presentó el mayor incremento de la distancia entre centros, el ángulo de presión más elevado y el mayor coeficiente total. El Caso II registró los valores mínimos de estas tres variables. No se observó una relación lineal entre xΣ y el espesor cordal normalizado, debido a que este último también depende de la distribución individual de la corrección entre las ruedas.

Dimensiones obtenidas por rueda

La distribución de los coeficientes individuales produjo diferencias entre el piñón y la corona de cada caso. En los casos I, II y III se asignó una corrección mayor al piñón, que también presentó el espesor cordal normalizado más elevado. En el Caso IV, la mayor corrección correspondió a la corona y se reflejó en un espesor cordal superior al del piñón.

Tabla 3. Dimensiones geométricas de los piñones y las coronas analizados

Caso	Elemento	x	d (mm)	dw (mm)	da (mm)	Sc (mm)	hc (mm)	sa (mm)
I	Piñón	0,2912	189,00	190,59	206,92	11,02	6,96	4,53
I	Corona	0,0769	406,00	409,41	420,92	10,06	5,63	5,48
II	Piñón	0,2034	180,00	181,09	203,93	15,18	9,20	6,04
II	Corona	0,1034	810,00	814,91	831,93	14,53	8,32	7,94
III	Piñón	0,2548	272,00	274,27	311,85	24,81	15,41	9,13
III	Corona	0,0673	928,00	935,73	961,85	22,88	12,76	12,52
IV	Piñón	0,1370	300,00	304,00	344,52	29,50	16,89	12,46
IV	Corona	0,3870	1.200,00	1.216,00	1.254,52	32,72	21,31	14,89

Nota. x = coeficiente individual de corrección; d = diámetro de referencia; dw = diámetro primitivo de funcionamiento; da = diámetro exterior; Sc = espesor cordal; hc = altura cordal; y sa = espesor del diente en el diámetro exterior.

En el Caso I, el aumento de la distancia entre centros de 297,5 a 300 mm produjo un ángulo de funcionamiento de 21,273°. Los diámetros primitivos de 190,59 y 409,41 mm conservaron la relación de transmisión y sumaron 600 mm, equivalentes al doble de la distancia de funcionamiento.

En el Caso II, la distancia aumentó de 495 a 498 mm y el ángulo de presión alcanzó 20,928°. Los diámetros primitivos de funcionamiento fueron 181,09 y 814,91 mm. El piñón presentó un espesor cordal de 15,18 mm y una altura cordal de 9,20 mm; en la corona se obtuvieron 14,53 y 8,32 mm, respectivamente.

El Caso III registró una distancia de funcionamiento de 605 mm y un ángulo de 21,263°. Sus coeficientes individuales fueron positivos y compatibles con la corrección total de 0,3221. Los diámetros primitivos alcanzaron 274,27 mm en el piñón y 935,73 mm en la corona.

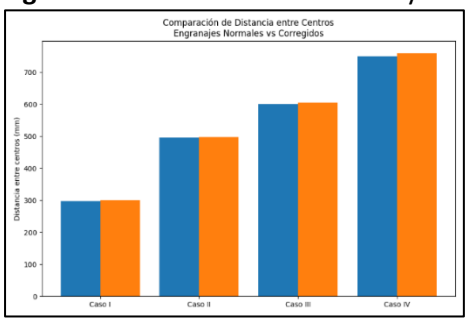
En el Caso IV, la distancia aumentó de 750 a 760 mm y el ángulo de funcionamiento llegó a 21,978°. La corona recibió la mayor proporción de la corrección, con $x_2 = 0,3870$, frente a $x_1 = 0,1370$ en el piñón.

Esta distribución explica que la corona presentara mayores valores de espesor y altura cordales.

Los diámetros primitivos de funcionamiento conservaron en todos los casos la relación definida por el número de dientes y sumaron el doble de la distancia entre centros. Los espesores cordales absolutos aumentaron con el módulo, por lo que su comparación directa no permite atribuir las diferencias únicamente al coeficiente total de corrección.

Representación comparativa de los resultados

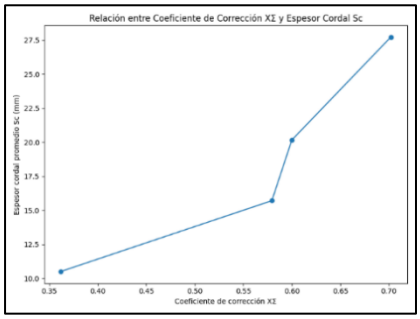
Figura 3. Distancias de referencia y de funcionamiento de los cuatro pares de engranajes



Nota. La distancia de funcionamiento fue superior a la distancia de referencia en los cuatro casos. Las diferencias fueron de 2,5 mm en el Caso I, 3 mm en el Caso II, 5 mm en el Caso III y 10 mm en el Caso IV.

La comparación muestra que el incremento absoluto de la distancia creció con el tamaño de las configuraciones, aunque la mayor variación relativa correspondió al Caso IV, con 1,33 %. El Caso II presentó el aumento porcentual más bajo, con 0,61 %.

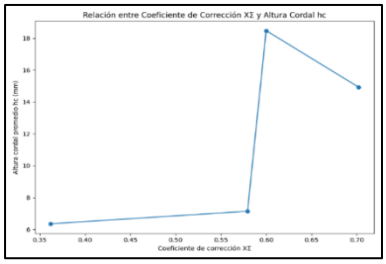
Figura 4. Distribución de los coeficientes de corrección entre el piñón y la corona



Nota. En los casos I, II y III, el coeficiente del piñón fue mayor que el de la corona. En el Caso IV, la mayor corrección se asignó a la corona. La suma de ambos coeficientes fue positiva en las cuatro configuraciones.

La distribución confirma que un mismo valor total puede asignarse de manera distinta entre las ruedas. Por esta razón, el análisis de xΣ debe complementarse con los coeficientes individuales, debido a que estos determinan las dimensiones particulares del piñón y la corona.

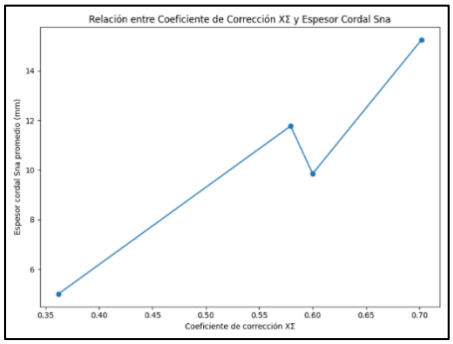
Figura 5. Espesor cordal normalizado del piñón y de la corona



Nota. El espesor cordal se normalizó mediante la relación Sc/m para permitir la comparación entre engranajes con módulos diferentes.

Los valores normalizados no presentaron un crecimiento proporcional al coeficiente total. En los casos I, II y III, el piñón mostró el mayor valor de Sc/m; en el Caso IV, la corona alcanzó el valor más alto. Este comportamiento coincide con la distribución individual de los coeficientes y confirma que el espesor cordal no depende únicamente de xΣ.

Figura 6. Ángulos de presión de referencia y de funcionamiento



Nota. El ángulo de referencia fue de 20° en los cuatro pares. Los ángulos de funcionamiento variaron entre 20,928° y 21,978°.

El aumento de la distancia entre centros elevó el ángulo de presión de funcionamiento en todas las configuraciones. El Caso IV presentó el valor más alto, seguido de los casos I, III y II. Esta variación modificó los diámetros primitivos de funcionamiento y las condiciones geométricas de contacto.

Comprobación mediante modelado tridimensional

Los parámetros calculados se emplearon para representar los cuatro pares en Autodesk Inventor y revisar su disposición geométrica. El modelado permitió comprobar la ubicación relativa del piñón y la corona, la distancia entre centros y la correspondencia general de los diámetros con las configuraciones calculadas.

La comprobación se limitó al plano dimensional. No se obtuvieron mediante el programa resultados sobre tensiones, deformaciones, pérdida de material, eficiencia o vida a fatiga.

Tampoco se calcularon errores porcentuales entre los valores analíticos y digitales, debido a que esa comparación requiere modelos generados con los parámetros revisados y registros dimensionales verificables.

DISCUSIÓN

Los cuatro casos correspondieron a correcciones angulares positivas: la suma de los coeficientes fue mayor que cero y la distancia de funcionamiento superó la de referencia. Como resultado, el ángulo de presión aumentó desde el valor nominal de 20° hasta valores comprendidos entre 20,928° y 21,978°. Este comportamiento confirma que el desplazamiento del perfil permite adaptar la geometría a una distancia entre centros determinada. Su efecto depende tanto de la corrección total como de su distribución entre el piñón y la corona (Tomori, 2021).

La corrección del perfil consiste en desplazar radialmente la herramienta durante el tallado. Su magnitud se expresa mediante el coeficiente adimensional *x*, mientras que el desplazamiento real corresponde al producto *xm*, donde *m* representa el módulo. El procedimiento modifica la geometría del diente sin cambiar el módulo ni el número de dientes. El cálculo de ruedas dentadas corregidas exige considerar conjuntamente el módulo, el número de dientes, la distancia entre centros y los coeficientes asignados a cada rueda (Budynas & Nisbett, 2020; Tomori, 2021). La revisión del Caso IV confirmó, además, que los coeficientes individuales deben ser compatibles con la corrección total, los diámetros y la distancia de funcionamiento.

El espesor cordal absoluto aumentó con el módulo, que varió entre 7 y 20 mm. Al normalizarlo mediante Sc/m, no se encontró una relación lineal entre xΣ y el espesor. El Caso IV presentó la corrección total más elevada, pero su piñón obtuvo el menor valor normalizado porque recibió una proporción reducida de aquella. La corona, con x_2 = 0,3870, registró el mayor espesor cordal normalizado. La distribución individual explicó mejor estas diferencias que el coeficiente total considerado aisladamente.

Los diámetros primitivos de funcionamiento se calcularon conservando simultáneamente la distancia entre centros y la relación de transmisión.

Esta comprobación permitió corregir valores que cumplían la suma requerida, pero alteraban la proporción entre las ruedas. El procedimiento produjo cuatro configuraciones geométricamente consistentes para su representación digital.

Los resultados no permiten afirmar que las correcciones redujeron el desgaste, las tensiones o la fatiga superficial. Estos fenómenos también dependen de la carga, el material, la dureza, la lubricación, la velocidad, la alineación y el tiempo de funcionamiento. Sánchez y Pedrero (2023) muestran que el desgaste puede modificar la rigidez y la distribución de carga, mientras que Loc y Anh (2021) evaluaron las tensiones mediante simulaciones específicas. Tales variables no se analizaron en este estudio.

Autodesk Inventor se utilizó para representar las configuraciones y apoyar su revisión dimensional, no como evidencia mecánica o tribológica. Las limitaciones principales fueron el empleo de diámetros exteriores redondeados para reconstruir los coeficientes individuales, la ausencia de mediciones independientes de los modelos corregidos y la falta de variables operativas. Por ello, las conclusiones se restringen al comportamiento geométrico. La comprobación del desempeño requiere análisis de contacto y ensayos experimentales con materiales y condiciones de carga definidos.

La evaluación geométrica constituye una etapa inicial del diseño, pero no permite predecir por sí sola el comportamiento del engranaje bajo carga. Los estudios sobre modificaciones del perfil muestran que la tensión de contacto también depende de la forma y magnitud de la corrección aplicada, mientras que las desviaciones geométricas y los errores de engrane pueden alterar la distribución de esfuerzos entre los dientes. Por ello, una fase posterior debería incorporar análisis de contacto y error de transmisión con los parámetros corregidos, además de condiciones definidas de carga, material y apoyo. Esta ampliación permitiría determinar si las configuraciones obtenidas producen mejoras mecánicas y no únicamente cambios dimensionales (Li & Xie, 2020; Wen et al., 2019; Zhou et al., 2024).

CONCLUSIONES

Las correcciones angulares aumentaron la distancia entre centros entre 2,5 y 10 mm, equivalentes a variaciones del 0,61 % al 1,33 %. Este cambio elevó el ángulo de presión desde el valor de referencia

de 20° hasta valores comprendidos entre 20,928° y 21,978°, además de modificar los diámetros primitivos de funcionamiento.

Los coeficientes totales oscilaron entre xΣ = 0,3067 y xΣ = 0,5241. Debido a que fueron positivos en los cuatro casos, las configuraciones correspondieron a correcciones angulares positivas. La distribución entre el piñón y la corona modificó el espesor y la altura cordales. Estas diferencias dependieron de los coeficientes individuales, el módulo y las dimensiones de cada par, por lo que no pueden explicarse únicamente mediante xΣ.

Los cálculos produjeron configuraciones geométricamente consistentes para su representación en Autodesk Inventor. El programa permitió modelar los pares y apoyar su revisión dimensional, pero no constituyó una validación mecánica o tribológica. Los resultados muestran que la corrección del perfil permite controlar condiciones relacionadas con el socavado, la interferencia y el espesor del diente. Sin embargo, el estudio no midió tensiones, eficiencia, fatiga ni pérdida de material, por lo que no demuestra una reducción efectiva del desgaste. Esta relación deberá comprobarse mediante análisis de contacto o ensayos que incorporen carga, materiales, lubricación, velocidad y tiempo de operación.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Brandão, J. A., Martins, R. C., Seabra, J. H. O., & Castro, M. J. D. (2014). Calculation of gear tooth flank surface wear during an FZG micropitting test. *Wear, 311*(1–2), 31–39. https://doi.org/10.1016/j.wear.2013.12.025

Brauer, J., & Andersson, S. (2003). Simulation of wear in gears with flank interference—A mixed FE and analytical approach. *Wear, 254*(11), 1216–1232. https://doi.org/10.1016/S0043-1648(03)00338-7

Budynas, R. G., & Nisbett, J. K. (2020). *Shigley's mechanical engineering design* (11th ed.). McGraw Hill.

Dhanasekaran, S., & Gnanamoorthy, R. (2008). Gear tooth wear in sintered spur gears under dry running conditions. *Wear, 265*(1–2), 81–87. https://doi.org/10.1016/j.wear.2007.08.025

Fitas, R., Fernandes, C., & António, C. C. (2024). *Optimal design of spur gears using particle swarm optimization* [Preprint]. arXiv. https://doi.org/10.48550/arXiv.2401.08266

Flodin, A., & Andersson, S. (1997). Simulation of mild wear in spur gears. *Wear, 207*(1–2), 16–23. https://doi.org/10.1016/S0043-1648(96)07467-4

Kahraman, A., Bajpai, P., & Anderson, N. E. (2005). Influence of tooth profile deviations on helical gear wear. *Journal of Mechanical Design, 127*(4), 656–663. https://doi.org/10.1115/1.1899688

Li, S. (2008). Effect of addendum on contact strength, bending strength and basic performance parameters of a pair of spur gears. *Mechanism and Machine Theory, 43*(12), 1557–1584. https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2007.12.010

Li, Q., & Xie, L. (2020). Analysis and optimization of tooth surface contact stress of gears with tooth profile deviations, meshing errors and lead crowning modifications based on finite element method and Taguchi method. *Metals, 10*(10), Article 1370. https://doi.org/10.3390/met10101370

Loc, N. H., & Anh, L. T. (2021). Contact stress analysis and optimization of spur gears. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 1109*(1), Article 012004. https://doi.org/10.1088/1757-899X/1109/1/012004

Prabhu Sekar, R., & Sathishkumar, R. (2017). Enhancement of wear resistance on normal contact ratio spur gear pairs through non-standard gears. *Wear, 380–381*, 228–239. https://doi.org/10.1016/j.wear.2017.03.022

Qin, W., & Guan, C. (2014). An investigation of contact stresses and crack initiation in spur gears based on finite element dynamics analysis. *International Journal of Mechanical Sciences, 83*, 96–103. https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2014.03.035

Ramos-Botello, Y. M., Fernández-Tamayo, M. L., Bosch-Cabrera, J. A., Santana-Reyes, S. A., & Arias-Hidalgo, R. M. (2022). Estudio comparativo mediante diferentes métodos para el cálculo de tensiones de contacto en engranajes rectos. *Tecnología en Marcha, 35*(3), 3–15. https://doi.org/10.18845/tm.v35i3.5611

Sánchez, M. B., & Pedrero, J. I. (2023). Influence of wear depth on meshing stiffness, load sharing, and transmission error of spur gears. *Machines, 11*(2), Article 152. https://doi.org/10.3390/machines11020152

Tesfahunegn, Y. A., Rosa, F., & Gorla, C. (2010). The effects of the shape of tooth profile modifications on the transmission error, bending, and contact stress of spur gears. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 224*(8), 1749–1758. https://doi.org/10.1243/09544062JMES1844

Tomori, Z. (2021). An optimal choice of profile shift coefficients for spur gears. *Machines, 9*(6), Article 106. https://doi.org/10.3390/machines9060106

Trier, H. (2000). *Trazado y cálculo de ruedas dentadas*.

Wen, Q., Du, Q., & Zhai, X. (2019). An analytical method for calculating the tooth surface contact stress of spur gears with tip relief. *International Journal of Mechanical Sciences, 151*, 170–180. https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2018.11.007

Zheng, F., Zhang, J., Yao, L., & Tan, R. (2021). Investigation on the wear of spur gears generated by modified cutter. *Friction, 9*(2), 288–300. https://doi.org/10.1007/s40544-019-0337-8

Zhou, D., Guo, Y., Ding, H., Wu, X., & Tian, X. (2024). Study on the parameter influences of gear tooth profile modification and transmission error analysis. *Machines, 12*(5), Article 316. https://doi.org/10.3390/machines12050316